

# PRINCIPI FONDAMENTALI DELLA TEORIA DELL’AFFIDABILITÀ IN CAMPO MANUTENTIVO - PRIMA E SECONDA PARTE

Lucio Compagno, Natalia Trapani  
Dipartimento di Ingegneria Industriale e Meccanica  
Università di Catania, viale A. Doria 6, 95125 Catania, Italia

## 1. CHE COS’È L’AFFIDABILITÀ?

La disciplina nota con il nome di affidabilità è stata sviluppata con lo scopo di fornire metodi per valutare se un prodotto o un servizio sarà funzionante per la durata in cui l’utente lo richiederà. Questi metodi consistono in tecniche per determinare cosa potrebbe non funzionare, come si possa prevenire il guasto e, nel caso in cui il guasto si verifichi, quali siano gli interventi più adatti a ripristinare rapidamente il funzionamento e limitare le conseguenze.

La definizione più completa è quella che indica l’affidabilità di un elemento/sistema come la probabilità che l’elemento/sistema:

- eseguirà una specifica funzione
- sotto specifiche condizioni operative ed ambientali
- ad un dato istante e/o per un prefissato intervallo di tempo

L’affidabilità è una **probabilità**. Essa non è una grandezza deterministica, che può essere determinata con formule analitiche, quanto una variabile aleatoria, il cui valore può essere previsto solo attraverso considerazioni di tipo probabilistico.

La definizione di affidabilità è molto sensibile a ciò che viene definito **sistema**. Infatti può essere considerato **sistema** ogni prodotto o servizio che viene impiegato da un utilizzatore. Per ciò un sistema è un insieme di elementi materiali e/o non materiali che si comportano come un’unità che si propone la realizzazione di alcune funzioni o servizi. Quindi un sistema può essere sia un insieme assemblato di componenti, che costituisce una parte funzionale di una apparecchiatura, sia una sequenza di operazioni (procedura) per eseguire un servizio; mentre per **componente** intendiamo un oggetto, anche complesso, la cui affidabilità può essere caratterizzata solo applicando direttamente i dati statistici provenienti dall’esperienza.

La definizione di affidabilità è legata quindi alla specifica funzione che il **sistema** deve compiere ed alle condizioni operative nelle quali esso si trova; occorre definire quindi l’intento progettuale del sistema e chiedersi:

- qual è la funzione che il sistema deve effettivamente svolgere?
- come deve essere adoperato il prodotto/servizio dall’utente?
- quali sono i valori limite delle condizioni operative ed ambientali sotto le quali il prodotto/servizio deve funzionare correttamente?
- in quale istante o intervallo di tempo il prodotto/servizio deve funzionare?
- in quale modo le strategie e le tecniche di manutenzione influenzano l’operatività del sistema?

Pur non fornendo la certezza che un guasto si verifichi o meno, quindi, la teoria dell’affidabilità, applicata in modo sistematico su un sistema, ci dà risultati molto utili sui quali è possibile basare importanti decisioni sul modo in cui un impianto viene fatto funzionare, per esempio decisioni che riguardano la sicurezza.

La teoria dell'affidabilità, così come la svilupperemo, ci consentirà di distinguere tra sistemi riparabili e non riparabili e di analizzare sistemi a due o più stati di funzionamento (per es. funzionante / parzialmente guasto / guasto). Fa parte della teoria dell'affidabilità anche la "manutenibilità" la quale, come si vedrà nel seguito, è una grandezza simile e complementare all'affidabilità.

## 2. IL CONCETTO DI GUASTO

In generale si indica con il termine **guasto** la "cessazione dell'attitudine di un dispositivo ad adempiere alla funzione richiesta", ovvero una variazione delle prestazioni del dispositivo che lo renda inservibile per l'uso al quale esso era destinato. In questi termini risulta guasto anche un dispositivo che non esegue correttamente la funzione per la quale è stato progettato.

ESEMPIO → Una stampante che non stampa è certamente guasta, ma si può ritenere guasta anche una stampante che stampa i caratteri deformandoli o sporcando i fogli (qualità).

In questo senso possiamo distinguere:

- guasti parziali: determinano una variazione delle prestazioni del dispositivo tale da non compromettere del tutto il funzionamento (degrado delle prestazioni o perdita di qualità del prodotto);
- guasti totali: causano una variazione delle prestazioni del dispositivo tale da impedirne del tutto il funzionamento;
- guasti intermittenti: dovuti ad una successione casuale di periodi di guasto e di periodi di funzionamento, senza che ci sia alcun intervento di manutenzione (esempio tipico il blocco di funzionamento di un computer che riprende a funzionare dopo che viene spento e riacceso).

Occorre precisare che la condizione di guasto si riferisce in generale al solo dispositivo preso in esame: se tale dispositivo è inserito in un sistema più complesso, il suo guasto può anche non causare il guasto dell'intero sistema, pur avendo effetti negativi sulla sua affidabilità.

ESEMPIO → Un guasto meccanico al motore rende inservibile un'automobile mentre se si guasta il tachimetro l'automobile continua a funzionare, anche se non riusciamo a sapere a che velocità stiamo procedendo.

Anche in questo caso possiamo allora distinguere:

- guasti di primaria importanza: quelli che riducono la funzionalità dell'intero sistema del quale fanno parte;
- guasti di secondaria importanza: quelli che non riducono la funzionalità dell'intero sistema del quale fanno parte.

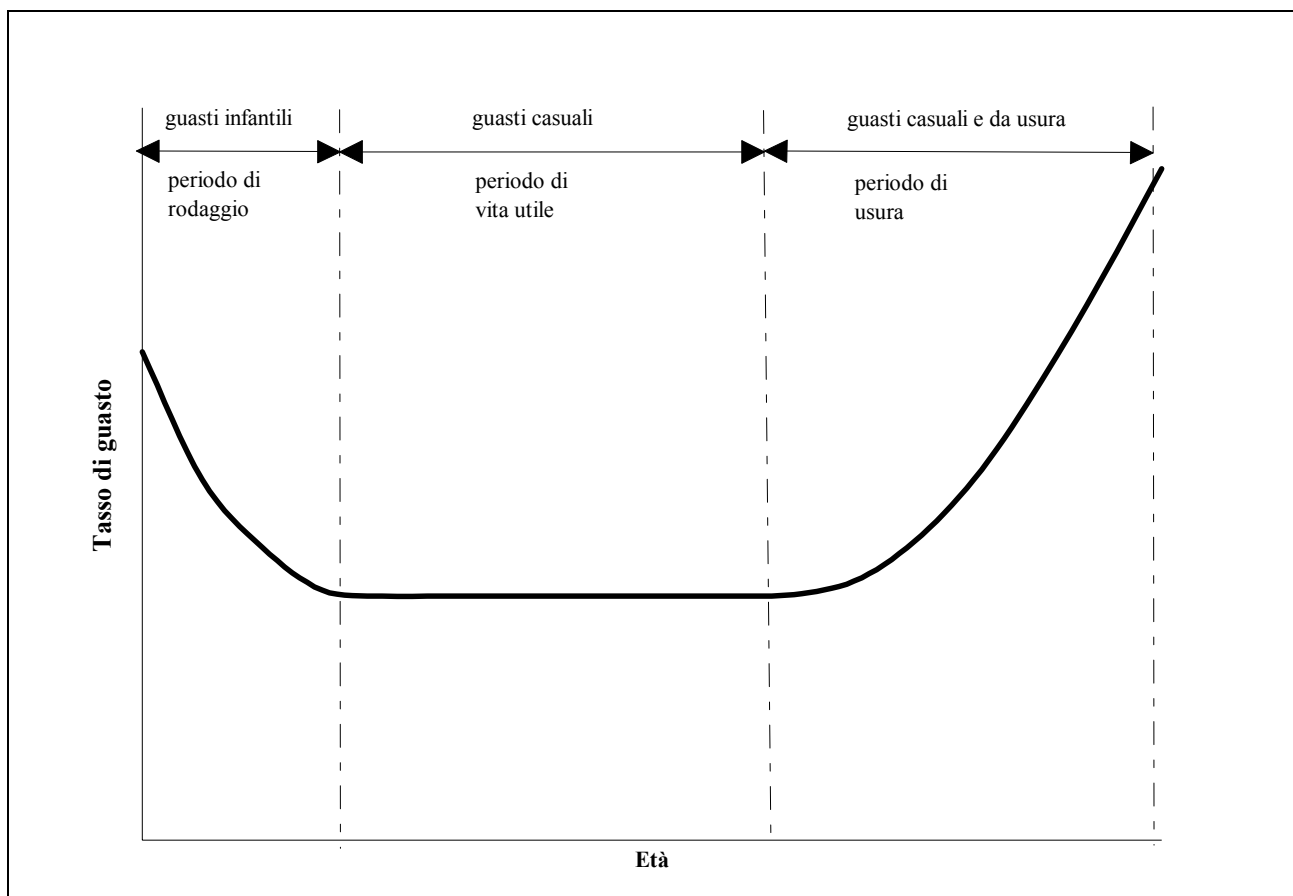
Ancora più gravi dei guasti di primaria importanza sono quei guasti che rappresentano un rischio per l'incolumità delle persone e che possiamo quindi definire guasti critici.

ESEMPIO → Il guasto dell'impianto frenante di un autoveicolo può mettere in serio pericolo la vita dei passeggeri e quindi si può considerare critico.

Un'altra classificazione che riguarda i guasti è quella che distingue tre tipologie di guasto in base alla loro distribuzione durante la vita di una famiglia di componenti uguali (e nelle stesse condizioni operative e ambientali):

1. **guasti infantili:** avvengono nel primo periodo di vita dei componenti (periodo di rodaggio) e la probabilità che si verifichino decresce gradualmente → la natura di questi guasti è legata a difetti intrinseci dei componenti che non sono emersi durante i collaudi; in presenza di una buona progettazione sono dovuti essenzialmente ad errori di costruzione e, principalmente, di montaggio; il periodo durante il quale si manifestano i guasti di questo tipo può variare da poche decine ad alcune centinaia di ore di funzionamento;
2. **guasti casuali:** sono quelli che si verificano durante l'intera vita dei componenti e presentano una probabilità di verificarsi che è indipendente dal tempo; sono dovuti a fattori incontrollabili che neanche un buon progetto ed una buona esecuzione possono eliminare;
3. **guasti per usura:** sono quelli che si verificano solo nell'ultimo periodo di vita dei componenti e sono dovuti a fenomeni di invecchiamento e deterioramento; per ciò la loro probabilità di accadimento cresce al passare del tempo.

**Fig. 1 - Tasso di guasto dei componenti in funzione dell'età.**



Se consideriamo una popolazione di componenti nuovi, tutti uguali, non riparabili e li facciamo funzionare nelle medesime condizioni operative ed ambientali a partire dallo stesso istante  $t = 0$  è

possibile tracciare il diagramma mostrato in Fig. 1, il quale riporta in funzione dell'età dei componenti l'andamento del tasso di guasto istantaneo degli stessi (la definizione del tasso di guasto sarà data nel seguito).

Tale funzione rappresenta la frequenza con la quale si guastano i componenti e si misura in numero di guasti (rapportato al numero di componenti ancora in vita) per ora di funzionamento. Il diagramma di Fig. 1 assume una caratteristica forma a “vasca da bagno” che consente di visualizzare in modo chiaro la precedente classificazione in guasti infantili, casuali e per usura.

Il periodo dei guasti infantili corrisponde al tratto iniziale della curva (periodo di rodaggio) al quale corrisponde un tasso di guasto decrescente: la frequenza dei guasti, che è inizialmente elevata perché si guastano tutti quei componenti che risultano più “deboli” a causa di errori di costruzione o di montaggio, tende a decrescere rapidamente e si stabilizza su un valore minimo. Questo valore minimo del tasso di guasto si mantiene pressoché costante per un intervallo di tempo al quale si dà il nome di “vita utile”, caratterizzato da guasti solo di tipo casuale. Il periodo di vita utile dei componenti si può considerare concluso quando cominciano ad intervenire fenomeni di usura, a causa dei quali la frequenza dei guasti tenderà ad aumentare mettendo rapidamente fuori uso tutti i componenti sopravvissuti ai precedenti periodi di esercizio.

La Fig. 1 evidenzia che durante il periodo di rodaggio non sono presenti solo guasti infantili ma anche guasti di tipo casuale i quali si sovrappongono ai precedenti; allo stesso modo nel periodo finale dei guasti per usura a questi si sovrappongono ancora i guasti di tipo casuale.

### **3. OBIETTIVI DELL’AFFIDABILITÀ**

In ambito industriale, per motivi economici, occorre garantire la continuità di funzionamento degli impianti di produzione; per motivi etici ed economici, occorre garantire la qualità dei prodotti ed il funzionamento in sicurezza sia degli impianti sia dei prodotti.

Per chiarire meglio come l'affidabilità possa aiutare a conseguire tali scopi, è utile analizzare la nascita e l'evoluzione di questa disciplina.

Le prime tracce di studi di affidabilità si hanno tra le due guerre mondiali in campo aeronautico: si doveva decidere quale fosse la migliore configurazione per il sistema di propulsione degli aerei a più motori. Questi studi però inizialmente ebbero carattere prettamente sperimentale così come sperimentali erano anche i dati sulla frequenza di guasto di apparecchiature che si trovavano a bordo degli aerei, espressa in termini di numero medio di sostituzioni della stessa apparecchiatura. Intorno al 1930 questi dati cominciarono ad essere elaborati statisticamente, fornendo utili indicazioni sui miglioramenti da apportare ai progetti.

Tra il 1943 ed il 1950 sia i tedeschi (Von Braun) sia gli americani che operavano in ambito militare, avendo constatato che i malfunzionamenti avevano effetti negativi di notevole entità sia sull'operatività sia sui costi di mantenimento dell'apparato bellico, cercarono di dare una soluzione ingegneristica ai problemi affidabilistici. I missili tedeschi V1 e V2 furono i primi sistemi sui quali venne applicato con successo il concetto di affidabilità di sistema, partendo dall'affidabilità dei singoli componenti (principio dell’“anello debole”).

Questi studi sfociarono nel 1952 nella definizione di affidabilità come “la probabilità che un oggetto adempia alla sua specifica funzione per un tempo determinato e sotto determinate condizioni”.

La diffusione della disciplina dall'ambito militare a quello civile si ebbe intorno agli anni '60 a mano a mano che in tutti i settori i sistemi divenivano sempre più complessi ed automatizzati.

Alla fine degli anni '80 gli studi affidabilistici entrarono a far parte del TQM (Total Quality Management) ed alcuni metodi di valutazione dell'affidabilità dei sistemi cominciarono ad essere richiesti per ottenere la certificazione di qualità ISO-9000.

Dalle brevi note storiche sull'origine dell'affidabilità si può intuire come il campo di interesse di tale materia si sia via via ampliato, trasformandola da semplice strumento di supporto alla progettazione ed alla produzione dei sistemi/componenti in una disciplina che ha ormai assunto un ruolo centrale nella visione più moderna della progettazione all'interno della quale vengono considerati prioritari ed integrati gli aspetti legati alla sicurezza, alla qualità ed ai costi.

### **3.1 SICUREZZA**

L'analisi di affidabilità risulta, come è ovvio, particolarmente utile in quelle tipologie impiantistiche che utilizzano sostanze pericolose (impianti soggetti a rischi di incidenti rilevanti, che possono coinvolgere anche aree adiacenti agli stabilimenti produttivi) per valutare la probabilità che il guasto di un componente o di un sistema di sicurezza possa determinare una sequenza incidentale con gravi conseguenze sulla incolumità delle persone.

Anche in impianti che non sono soggetti a rischi di incidente rilevante un'analisi di affidabilità può avere benefici effetti sulla sicurezza, per esempio per garantire l'incolumità del personale addetto ad operazioni critiche (sostanze pericolose o macchine particolari) o per valutare l'affidabilità delle procedure operative normali e di quelle di emergenza.

### **3.2 QUALITÀ**

La scelta di un bene o servizio tra diverse soluzioni è dettata in generale dalla valutazione del rapporto tra la sua qualità ed il suo costo.

In effetti, se si cerca di definire un prodotto "di qualità" è spontaneo considerare, tra le caratteristiche che il prodotto deve possedere, anche:

- la durata (per quanto tempo si può utilizzare effettivamente il componente?),
- l'affidabilità (con quale frequenza si guasta il prodotto?),
- la manutenibilità (quanto facilmente il prodotto può essere riparato?).

Se la qualità viene, quindi, intesa in termini di adeguatezza del bene allo scopo al quale è destinato, alla sua determinazione contribuiscono principalmente due fattori:

- conformità, che tiene conto della aderenza delle prestazioni alle specifiche progettuali e/o commerciali;
- affidabilità, che tiene conto della capacità del prodotto/s
- servizio di mantenere le sue caratteristiche di funzionamento e di manutenibilità nel tempo.

### **3.3 COSTI**

In un impianto industriale il costo annuo totale delle misure di riduzione del rischio comprende:

- costi di investimento (per esempio, acquisto nuove apparecchiature di sicurezza), da ammortare in un certo periodo di tempo, con un certo tasso;
- costi di manutenzione degli impianti e delle apparecchiature di sicurezza;
- costi operativi (per esempio, per l'aggiunta di personale o per l'addestramento dello stesso).

Normalmente non vengono inclusi ulteriori costi operativi per la realizzazione di procedure operative più sicure, in quanto si assume che questi vengano già considerati tra i costi di realizzazione dell'intervento.

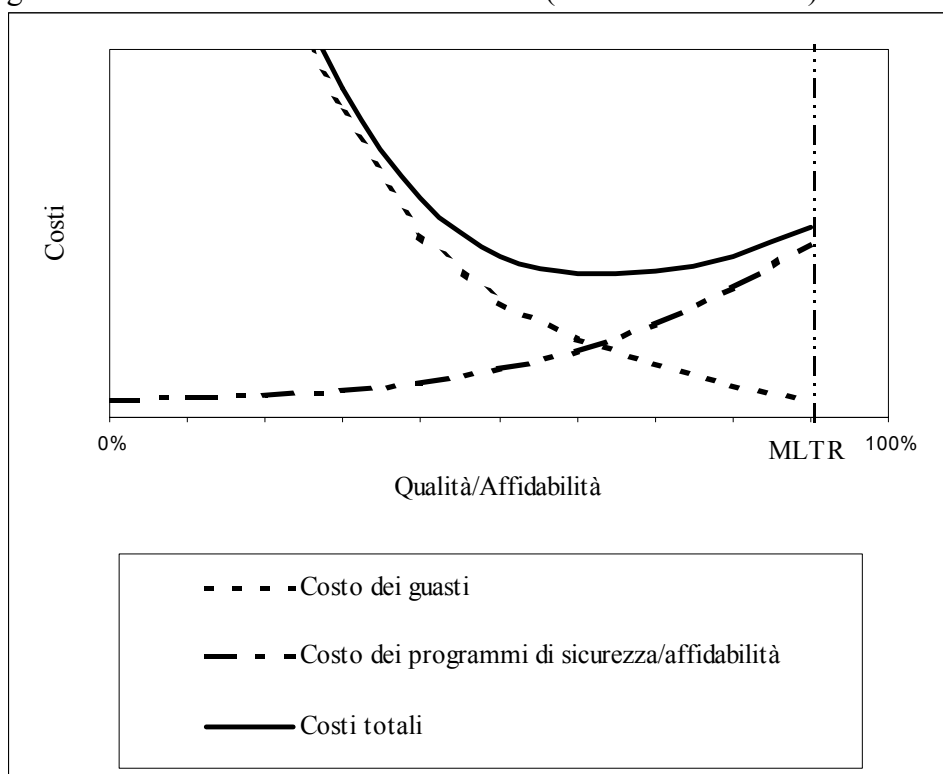
Questi costi vengono, in genere, valutati in funzione della affidabilità richiesta al sistema in esame, in quanto questa può essere ottenuta con due diverse strategie:

1. richiedendo al fornitore un prodotto con affidabilità molto elevata; questo comporta costi di progettazione e di produzione elevati e, quindi, un costo d'acquisto piuttosto elevato ma minori costi di manutenzione (parti di ricambio e manodopera);
2. richiedendo al fornitore un prodotto di affidabilità inferiore e, quindi, di costo inferiore ma prevedendo un adeguato programma di manutenzione con un aumento dei costi di manutenzione.

Secondo una visione tradizionale il costo totale minimo si ottiene quando i costi di fornitura e quelli di manutenzione si bilanciano, ovvero quando c'è equilibrio tra il costo dei programmi di sicurezza/affidabilità ed i costi di mancata produzione da sostenere in caso di guasto/incidente, come mostra la Fig. 2.

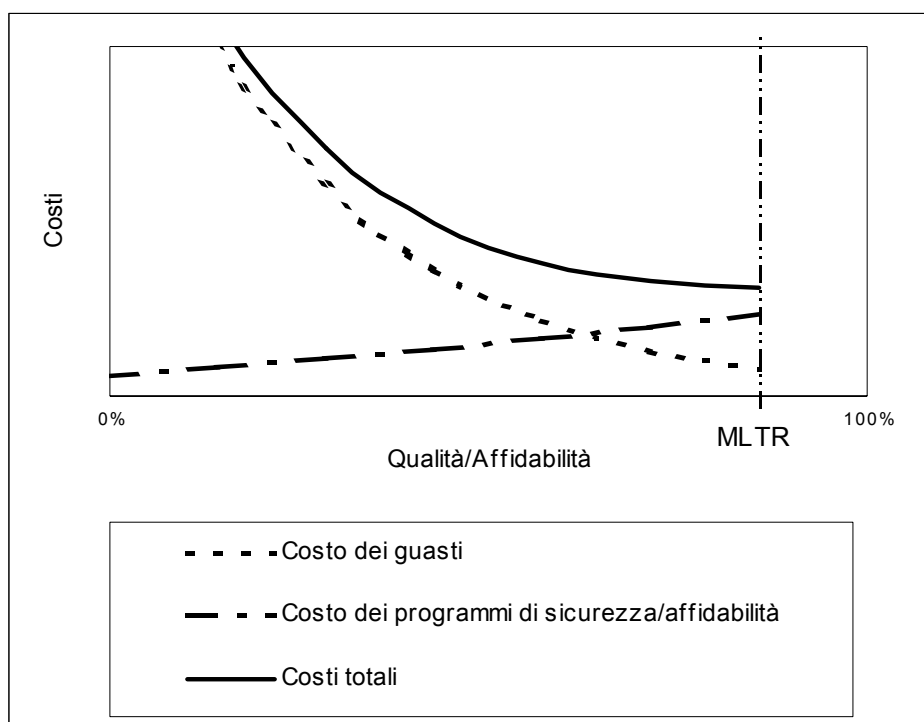
Nella Fig. 2 è tracciata una retta verticale che rappresenta il Limite Tecnicamente Raggiungibile (LTR) ovvero quel livello di qualità/sicurezza oltre il quale non è opportuno spingersi per ragioni tecniche: vogliamo infatti sottolineare che la sicurezza totale è impossibile da raggiungere e che l'attuale livello tecnologico, già piuttosto avanzato, consente normalmente solo piccoli miglioramenti sui progetti, mentre non ha senso spingersi troppo oltre nell'adottare sistemi di sicurezza che potrebbero rivelarsi controproducenti in virtù della complessità progettuale e funzionale alla quale conducono.

Figura 2 - Costo della sicurezza/affidabilità (visione tradizionale).



Una visione moderna del problema suggerisce, invece, che i costi legati ai guasti divengono molto più elevati se nascono questioni di sicurezza e se si considerano in essi anche fattori difficilmente quantificabili come il costo della vita umana, i costi di inquinamento dell'ambiente, la perdita d'immagine dell'Azienda. In questa ottica i costi dei programmi di sicurezza divengono dei benefici figurativi in quanto determinano dei “mancati costi”, cioè fanno sì che, in caso di incidente, non si debbano sostenere costi ben maggiori. L'andamento tipico delle curve costo/sicurezza, nella visione moderna è mostrato nella Fig. 3.

Figura 3 - Costo della sicurezza/affidabilità (visione moderna).



L'analisi affidabilistica fornisce risultati utili in qualunque momento essa venga eseguita, anche se uno studio effettuato sin dalle fasi progettuali consente ovviamente di realizzare interventi molto più efficaci (rapporto costi/benefici più basso).

In fase di progettazione possiamo, infatti, individuare i punti deboli del progetto ed i componenti critici del sistema, cioè quelli che influenzano maggiormente l'affidabilità del complesso, e ciò ci consente di scegliere componenti più affidabili o meglio ancora di configurare il sistema in modo da rendere l'affidabilità del complesso meno dipendente dall'affidabilità del componente critico (ridondanza).

In fase di esercizio, invece, possiamo solo stabilire una strategia di manutenzione che riduca al minimo i tempi di fuori servizio del sistema (costi di mancata produzione) ed i costi di manutenzione.

Possiamo quindi concludere che le analisi di affidabilità rappresentano gli studi quantitativi, sia pure in termini probabilistici, da eseguire non solo per realizzare corrette analisi del rischio dei

sistemi e soddisfare quindi eventuali adempimenti richiesti dalle normative vigenti, ma anche per contenere i costi manutentivi ed ottenere prodotti di qualità che risultino competitivi in mercati sempre più esigenti.

## 4. FUNZIONI DI AFFIDABILITÀ

### 4.1 INAFFIDABILITÀ (F) E AFFIDABILITÀ (R)

Si è già detto che il concetto di affidabilità è legato alla capacità di un sistema di compiere correttamente la funzione assegnata una volta fissati:

- un intervallo di tempo;
- le condizioni operative alle quali è sottoposto;
- le condizioni ambientali.

Per un singolo componente elementare **l'affidabilità è quindi la probabilità che esso funzioni senza guastarsi in un intervallo di tempo assegnato, date le condizioni operative ed ambientali.**

Questa definizione di affidabilità presuppone:

1. che sia fissato in modo univoco il criterio (C) per giudicare se l'elemento è funzionante o non funzionante; per sistemi bistabili (2 soli stati di funzionamento possibili) tale criterio è ovvio (es.: un condensatore è in corto circuito o no); per altri sistemi è possibile individuare anche stati di funzionamento parziale che rappresentano vari livelli di prestazione; in questi casi lo stato di guasto è definibile una volta che venga fissato un limite ammissibile al di sotto del quale si parla di guasto (es.: motore automobile; intensità sorgente luminosa);
2. che le condizioni ambientali (A) d'impiego siano stabilite e mantenute costanti nel periodo di tempo in questione;
3. che sia definito l'intervallo di tempo t (tempo di missione) durante il quale si richiede che il componente funzioni.

Se la si indica con R (Reliability), l'affidabilità risulta in generale funzione di tre variabili:

$$R = R(C, A, t)$$

Fissati C ed A si ha:

$$R = R(t)$$

Consideriamo un campione di componenti elementari costituito da un grande numero  $N_0$  di elementi uguali tutti funzionanti all'istante  $t = 0$  in determinate condizioni operative ed ambientali; misurando i parametri funzionali degli elementi possiamo stabilire, ad ogni istante t, se essi sono ancora funzionanti o meno. Se indichiamo con:

- $N_v(t)$  il numero di componenti funzionanti all'istante t
- $N_g(t)$  il numero di componenti guasti all'istante t

si dovrà ovviamente avere (per ogni t):

$$N_0 = N_v(t) + N_g(t) \tag{1}$$

Ricordando che la **probabilità** che un certo evento si verifichi è data dal rapporto tra il numero di esiti favorevoli a tale evento ed il numero totale di eventi possibili, possiamo definire le due funzioni:

INAFFIDABILITÀ, come la probabilità per il singolo componente di essere guasto al tempo t:

$$F(t) = \frac{N_g(t)}{N_0}$$

AFFIDABILITÀ, come la probabilità per il singolo componente di essere ancora funzionante al tempo t:

$$R(t) = \frac{N_v(t)}{N_0}$$

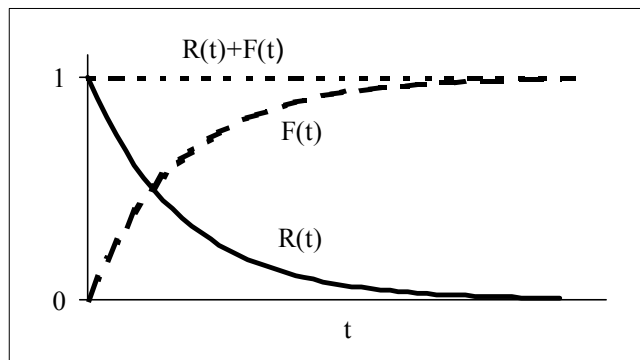
Dividendo i due membri della (1) per  $N_0$  si ottiene (vedi Fig. 4):

$$R(t) + F(t) = 1$$

e quindi:

$$R(t) = 1 - F(t)$$

**Fig. 4 - Relazione tra F(t) e R(t).**



Osserviamo che il tempo t in ascissa non è il tempo solare e quindi non misura l'età reale del sistema/componente; t invece è il "tempo di missione", ovvero l'intervallo di tempo (che ricade all'interno della vita utile del sistema/componente) durante il quale si richiede che il sistema/componente sia effettivamente funzionante. Detto ciò è chiaro che l'istante  $t = 0$  non coincide con l'inizio dell'utilizzazione del sistema/componente, bensì con l'inizio della missione.

#### **4.2 DENSITÀ DI PROBABILITÀ DI GUASTO.**

Osservando le variazioni della funzione F(t) ad intervalli discreti di ampiezza  $\Delta t$  (vedi Fig. 5), si può definire la funzione f(t) chiamata DENSITÀ DI PROBABILITÀ DI GUASTO (vedi Fig. 6):

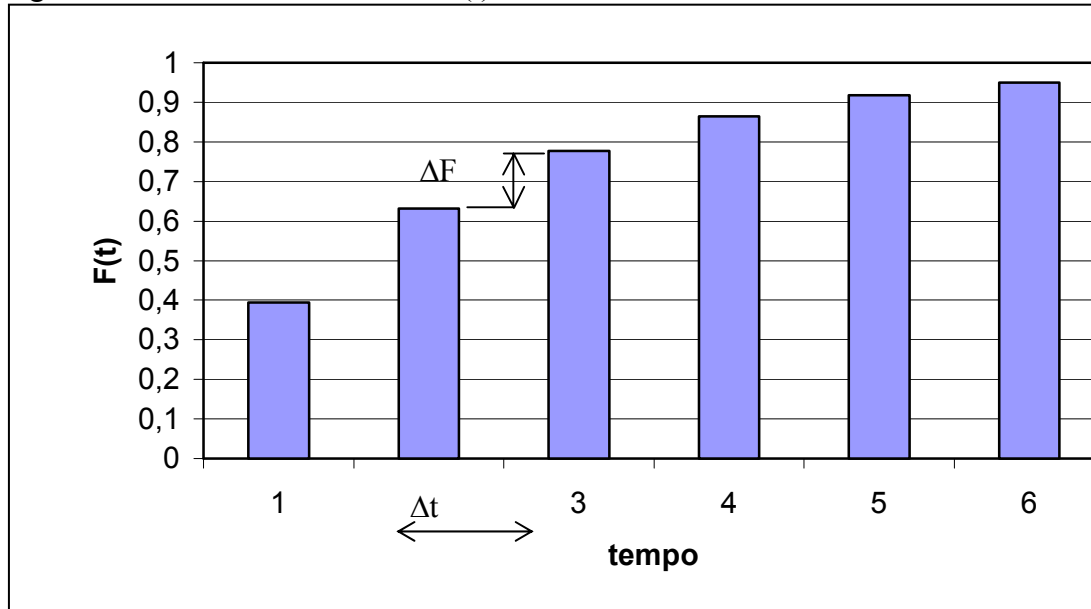
$$f(t) = \frac{\Delta F(t)}{\Delta t} = \frac{\Delta N_g}{\Delta t} \cdot \frac{1}{N_0} \quad (2)$$

Tale funzione f(t) non è dimensionalmente una probabilità ma moltiplicandola per un intervallo di tempo  $\Delta t$  si ottiene la corrispondente variazione della funzione F(t):

$$\Delta F(t) = f(t) \cdot \Delta t = \frac{\Delta N_g}{N_0} \quad (1')$$

essa rappresenta una “probabilità parziale” di guasto relativa all’intervallo [t, t+Δt].

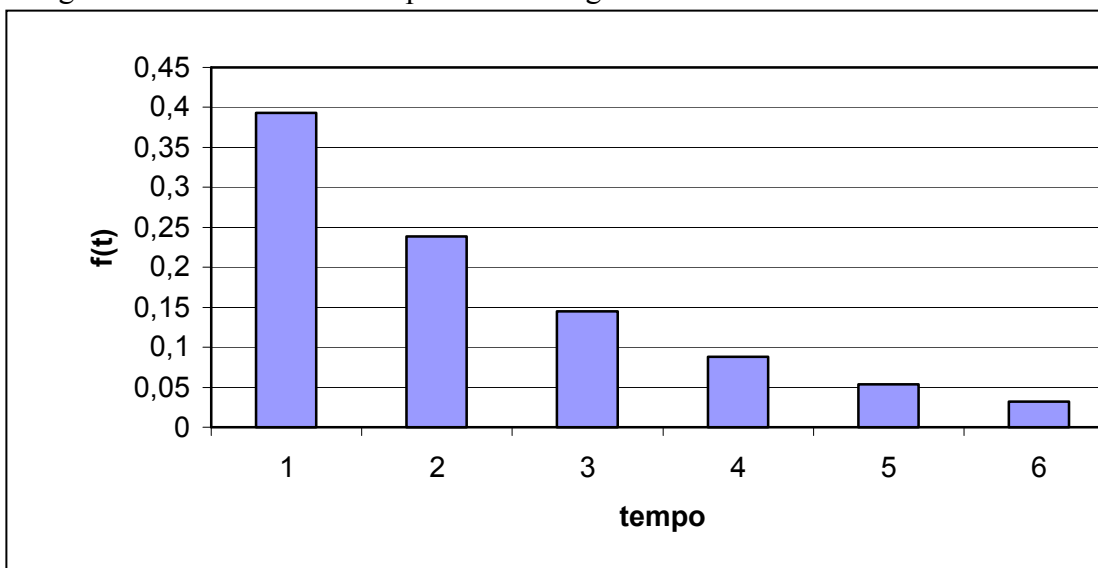
Fig. 5 – Variazioni della funzione F(t).



Attraverso una analisi dimensionale, ricordando che la F(t) è una probabilità e che quindi il prodotto al secondo membro della (1') deve essere adimensionale segue che f(t) ha le dimensioni di inverso di un tempo [t<sup>-1</sup>]. Con facili sostituzioni si ha anche:

$$\Delta R(t) = -\Delta F(t) = -f(t) \cdot \Delta t = -\frac{\Delta N_v}{N_0} \quad (1'')$$

Fig. 6. – Funzione densità di probabilità di guasto.



La somma di tutti i valori (fino a  $t = \infty$ ) della funzione densità di probabilità di guasto  $f(t)$  vale uno e pertanto la funzione  $f(t)$  è “normale”.

### 4.3 FUNZIONE TASSO DI GUASTO O DI RISCHIO (ISTANTANEO).

Si noti che fino a questo punto non è stata eseguita alcuna ipotesi sulla natura delle funzioni  $f(t)$ ,  $F(t)$ ,  $R(t)$ .

La funzione densità di probabilità  $f(t)$ , come definita nella (2) rappresenta anche un “tasso di guasto” che, per la presenza di  $N_0$  e per la condizione di normalità, possiamo chiamare “tasso di guasto normale”.

Se nella (2) sostituiamo  $N_0$  con  $N_v$ , rinunciando alla proprietà normale, definiamo un'altra grandezza fondamentale della teoria dell'affidabilità che è il TASSO DI GUASTO (ISTANTANEO).

$$\lambda(t) = \frac{\Delta F(t)}{\Delta t} = \frac{\Delta N_g}{\Delta t} \cdot \frac{1}{N_v} \quad (3)$$

La funzione  $\lambda(t)$  rappresenta la frazione di popolazione che si guasta in un intervallo  $\Delta t$  rapportata al numero dei componenti ancora funzionanti all'istante  $t$ .

Tramite passaggi analitici, che vengono omessi per semplicità, si ottiene che l'affidabilità  $R(t)$  di un componente è pari al rapporto fra la sua densità di probabilità di guasto  $f(t)$  ed il suo tasso di guasto  $h(t)$ :

$$R(t) = \frac{f(t)}{\lambda(t)}$$

Nel caso particolare in cui il tasso di guasto  $\lambda(t)$  si mantiene costante nel tempo (guasti casuali) lo indicheremo semplicemente con  $\lambda$ .

#### 4.3.1 INTERPRETAZIONE PROBABILISTICA DEL TASSO DI GUASTO ISTANTANEO

Per fornire una interpretazione probabilistica del tasso di guasto è necessario calcolare la probabilità che il componente si guasti nell'intervallo di tempo  $[t, t+\Delta t]$  condizionata alla sua sopravvivenza fino a  $t$ :

$$\begin{aligned} & P\{\text{guasto in } [t, t + \Delta t] \mid \text{non guasto in } [0, t]\} = \\ &= \frac{P\{\text{guasto in } [t, t + \Delta t]\} \cap P\{\text{non guasto in } [0, t]\}}{P\{\text{non guasto in } [0, t]\}} = \\ &= \frac{P\{\text{guasto in } [t, t + \Delta t]\} \cap P\{\text{non guasto in } [0, t]\}}{P\{\text{non guasto in } [0, t]\}} = \\ &= \frac{P\{\text{guasto in } [t, t + \Delta t]\} \cap P\{\text{guasto in } [t, \infty]\}}{P\{\text{non guasto in } [0, t]\}} = \\ &= \frac{P\{\text{guasto in } [t, t + \Delta t]\}}{P\{\text{non guasto in } [0, t]\}} = \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{F(t+\Delta t) - F(t)}{R(t)} = \frac{1 - R(t+\Delta t) - [1 - R(t)]}{R(t)} = \frac{-R(t+\Delta t) + R(t)}{R(t)} = \\
&= -\frac{\Delta R(t)}{R(t)} = h(t) \Delta t
\end{aligned}$$

Quindi, mentre  $f(t) \Delta t$  ha il significato di probabilità infinitesima (indipendente) di guasto in  $\Delta t$ ,  $\lambda(t) \Delta t$  assume il significato e le dimensioni di probabilità che il componente si guasti nell'intervallo di tempo  $[t, t+\Delta t]$  condizionata alla sua sopravvivenza fino a  $t$ .

## 5. PARAMETRI DI AFFIDABILITÀ

### 5.1 MTTF (MEAN TIME TO FAILURE)

Si definisce MTTF il tempo medio fra il tempo 0 (componente funzionante) ed il suo guasto; esso si ottiene come media continua, pesata sulla probabilità, che ha il componente di guastarsi:

$$MTTF = \sum t_i \cdot f(t_i) \cdot \Delta t_i$$

CASO PARTICOLARE:

Se il tasso di guasto è costante  $\lambda(t) = \lambda = \text{cost}$  (guasti casuali) si ha:

$$MTTF = \frac{1}{\lambda}$$

Inoltre, per  $t = MTTF$  si ha:

$$R(MTTF) = e^{-1} = 0,368$$

cioè la probabilità di superare senza guasto un intervallo di tempo pari al MTTF è pari solo al 37% circa.

## 6. DISPONIBILITÀ (A).

Nel caso in cui i sistemi/componenti sono riparabili si definisce, oltre alla loro affidabilità, un'altra funzione detta disponibilità,  $A(t)$ . Dalla definizione di affidabilità è evidente che, nel caso in cui sia prevista manutenzione, questa deve essere eseguita in intervalli di tempo non coincidenti con i tempi di missione (es.: aerei); per sistemi riparabili, invece, la manutenzione rende il sistema non disponibile anche per il tempo necessario alla sua riparazione. La disponibilità è quindi una funzione che tiene conto sia dell'affidabilità del sistema sia degli aspetti manutentivi; i problemi di affidabilità possono allora essere trattati come casi particolari di quelli di disponibilità per i quali il passaggio allo stato di guasto non consente il ritorno allo stato di funzionamento.

## 6.1 MTTR (MEAN TIME TO REPAIR)

Nel caso di componenti riparabili diventa fondamentale il parametro che esprime il tempo medio che intercorre tra l'insorgenza di un guasto ed il completamento della sua riparazione; esso viene detto appunto "Mean Time To Repair" e si indica con la sigla MTTR.

Per poterlo definire in analogia al MTTF possiamo fare riferimento a funzioni che sono le analoghe di quelle già definite per l'affidabilità (vedi Tabella 1).

**Tabella 1 - Analogia tra le funzioni di manutenibilità e le funzioni di affidabilità**

Funzioni di manutenibilità		Analoghe funzioni affidabilistiche	
g(t)	densità di probabilità di riparazione, normale	f(t)	distribuzione di probabilità di guasto
M(t)	probabilità di riparazione (manutenibilità)	F(t)	inaffidabilità
N(t)	probabilità di non riparazione	R(t)	affidabilità
z(t)	tasso di riparazione (istantaneo)	h(t)	tasso di guasto istantaneo

Per tali funzioni valgono relazioni formalmente identiche a quelle viste per le loro analoghe; perciò, indicando con  $t = 0$  l'istante al quale si è verificato il guasto, si ha:

$g(t) \Delta t$       probabilità che la riparazione termini nell'intervallo  $[t, t+\Delta t]$

$M(t)$             probabilità che la riparazione termini nell'intervallo  $[0, t]$

$$MTTR = \sum t_i \cdot g(t_i) \cdot \Delta t_i$$

$z(t) \Delta t$       probabilità che la riparazione termini nell'intervallo  $[t, t+\Delta t]$  condizionata al non completamento al tempo  $t$

### CASO PARTICOLARE:

Se il tasso di riparazione è costante  $z(t) = \mu = \text{cost}$ , si ha:

$$MTTR = \frac{1}{\mu}$$

Inoltre, per  $t = MTTR$  si ha:  $M(MTTR) = M\left(\frac{1}{\mu}\right) = 1 - e^{-\mu \cdot \frac{1}{\mu}} = 1 - e^{-1} \approx 1 - 0,368 = 0,632$

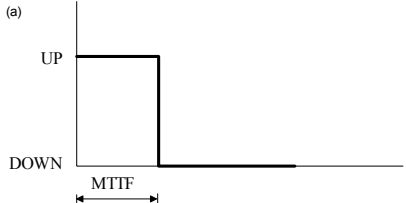
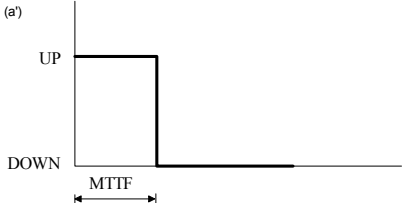
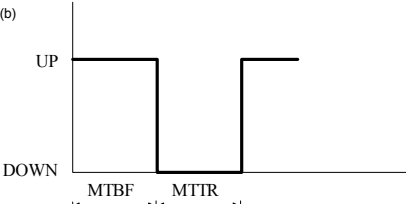
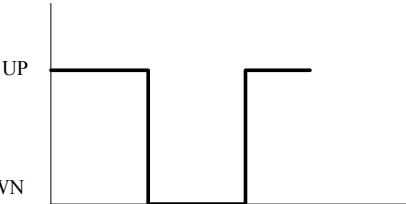
cioè la probabilità che il componente venga riparato entro un tempo pari al MTTR è pari al 63% circa.

## 6.2 MTBF (MEAN TIME BETWEEN FAILURE)

Per attribuire un significato corretto a questo parametro occorre fare notare innanzitutto che esistono due "scuole di pensiero".

Secondo la prima, il parametro MTBF non è altro che il MTTF per componenti riparabili (vedi Figura 2.7); la seconda teoria definisce il MTTF anche per i componenti riparabili e definisce il parametro MTBF come la somma del tempo medio fino al guasto del componente e del suo tempo medio di riparazione MTTR (vedi Figura 2.7).

**Fig. 6 - Definizioni per MTBF.**

Componente	Terminologia I	Terminologia II (di seguito utilizzata)
Non riparabile		
Riparabile		

Nel seguito utilizzeremo la notazione che abbiamo indicato con II, per due ragioni fondamentali:

1. la notazione I utilizza due nomi diversi per indicare parametri che sono concettualmente identici:

$$MTTF(\text{sist. non riparabile}) \equiv MTBF(\text{sist. riparabile});$$

ciò può causare confusione senza che esista una ragione funzionale al calcolo dell'affidabilità;

2. ci sembra più ragionevole mantenere la stessa simbologia (MTTF) per indicare il tempo medio di funzionamento (UP-time), indipendentemente dal fatto che il componente sia riparabile o non riparabile, tanto più che così i componenti non riparabili possono essere trattati come caso particolare di quelli riparabili senza cambiare simbologia.

### 6.3 DISPONIBILITÀ STAZIONARIA

La definizione di disponibilità stazionaria, detta anche media o di regime, fa ricorso ai tempi sopra definiti (terminologia II):

$$A = MTTF / (MTTF + MTTR) = MTTF / MTBF$$

Tale grandezza (dimensionale e compresa tra 0 e 1) assume un doppio significato:

- a posteriori, quello di “efficienza” di un sistema per il quale sono stati rilevati i parametri MTTF, MTTR, MTBF;
- istantaneamente, quello di probabilità che il sistema sia disponibile (non in riparazione).

Ovviamente il complemento a 1 della disponibilità assume la denominazione di “indisponibilità” con ovvio significato:

$$U = 1 - A = \text{MTTR} / (\text{MTBF} + \text{MTTR})$$

#### **6.4 DISPONIBILITÀ Istantanea**

La disponibilità stazionaria, o più semplicemente “disponibilità”, è il valore limite ( $t = \text{infinito}$ ) di un'altra grandezza (variabile) che prende il nome di “disponibilità istantanea”  $A(t)$ ; tale grandezza, la cui definizione analitica non può essere data in questa sede, rappresenta la disponibilità media, a priori, stimata su un tempo  $t$ .

La disponibilità istantanea ha un andamento che dipende dalla condizione iniziale (all'istante  $t = 0$  il sistema può essere “funzionante” o “guasto”); in ogni caso il valore limite  $A(t = \text{infinito})$  è sempre  $A$ .